

# Wymagania edukacyjne na poszczególne oceny

## Prosto do matury 4

### Zakres rozszerzony

#### STEREOMETRIA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- wskazywać płaszczyzny równoległe i płaszczyzny prostopadłe do danej płaszczyzny
- wskazywać proste równoległe i proste prostopadłe do danej płaszczyzny
- wskazywać proste skośne w przestrzeni
- wskazywać proste prostopadłe w przestrzeni
- odróżniać proste równoległe od prostych skośnych
- zaznaczać rzut prostokątny punktu na płaszczyznę
- obliczać odległość punktu od płaszczyzny
- zaznaczać kąty nachylenia przekątnych prostopadłościanu do jego ścian
- zaznaczać kąty nachylenia krawędzi bocznych ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy
- rozróżniać kąty płaskie, kąty nachylenia prostej do płaszczyzny i kąty dwuścienne
- zaznaczać kąty między przeciwległymi ścianami bocznymi ostrosłupa prawidłowego czworokątnego
- zaznaczać kąty nachylenia ścian bocznych ostrosłupa prawidłowego do płaszczyzny jego podstawy, obliczać wartości funkcji trygonometrycznych lub miary tych kątów
- rozpoznawać graniastosłupy proste i pochyłe, równoległościany i prostopadłościany
- rysować rzuty graniastosłupów na płaszczyznę
- zaznaczać przekątne graniastosłupa
- rysować siatki graniastosłupów
- rozwiązywać proste zadania dotyczące graniastosłupów

- określać liczbę ścian, krawędzi i wierzchołków graniastosłupa
- zaznaczać przekroje płaskie graniastosłupów w prostych przypadkach, np. zawierające przekątną podstawy
- rozpoznawać ostrosłupy prawidłowe
- rysować rzuty ostrosłupów na płaszczyznę
- rysować siatki ostrosłupów
- rozwiązywać proste zadania dotyczące kątów nachylenia krawędzi i ścian ostrosłupa do płaszczyzny podstawy (również z wykorzystaniem trygonometrii)
- określać liczbę ścian, krawędzi i wierzchołków ostrosłupa
- wyznaczać przekroje ostrosłupa zawierające jego wierzchołek
- wskazywać promień podstawy, wysokość i tworzące walca oraz stożka i stosować w zadaniach związki między nimi
- wskazywać cięciwę, średnicę i koło wielkie kuli; rozpoznawać odcinek, wycinek i warstwę kuli; stosować w zadaniach związki między nimi
- wskazywać kąt rozwarcia stożka oraz kąt nachylenia tworząc do podstawy stożka, obliczać wartości funkcji trygonometrycznych lub miary tych kątów
- wyznaczać przekroje osiowe brył obrotowych, wyznaczać związki miarowe w tych przekrojach
- obliczać objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walców, stożków i kul, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń w prostych przypadkach
- stosować funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków i miar kątów w bryłach w prostych przypadkach
- rozwiązywać zadania osadzonych w kontekście praktycznym wymagające opracowania odpowiedniego modelu matematycznego i wykorzystania poznanych wiadomości z dziedziny stereometrii w prostych przypadkach
- rozpoznawać bryły podobne, wykorzystywać zależność między polami powierzchni objętościami brył podobnych
- rozwiązywać proste zadanie optymalizacyjne z wykorzystaniem pochodnej (np. wyznaczać największą objętość graniastosłupa na podstawie odpowiednich zależności między długościami jego krawędzi)

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopelniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

- opisywać proste konstrukcje w przestrzeni (np. konstrukcję płaszczyzny zawierającej daną prostą i prostopadłej do danej płaszczyzny)
- rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące równoległości i prostopadłości w przestrzeni, dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do dwóch przecinających się prostych
- rozwiązywać zadania wymagające zastosowania rzutu prostopadłego na płaszczyznę, np. obliczać miarę kąta nachylenia prostej do płaszczyzny, wykorzystując odległość punktów leżących na tej prostej od danej płaszczyzny
- zaznaczać kąty nachylenia odcinków w graniastosłupie do jego ścian bocznych
- stosować w zadaniach twierdzenie o trzech prostopadłych
- wykorzystywać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
- wyznaczać kąty nachylenia ścian bocznych ostrosłupów innych niż prawidłowe do płaszczyzny podstawy
- zaznaczać kąty dwuścienne między ścianami bocznymi ostrosłupów
- rysować przekroje płaskie graniastosłupów w trudniejszych przypadkach, np. zawierające trzy punkty należące do krawędzi bocznych
- stosować w zadaniach wzór Eulera
- obliczać pole przekroju graniastosłupa płaszczyzną
- stosować w zadaniach związki między liczbą ścian, krawędzi i wierzchołków w graniastosłupach i ostrosłupach
- wyznaczać przekroje ostrosłupów niezawierające wierzchołka ostrosłupa, rozwiązywać zadania dotyczące tych przekrojów
- rozpoznawać wielościany foremne i opisywać ich własności
- wykorzystywać własności ostrosłupów w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
- rozwiązywać trudniejsze zadania dotyczące związków miarowych w ostrosłupach

- badać własności brył powstałych z obrotu wokół osi różnych figur płaskich
- wykorzystywać własności stożków w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
- wyznaczać związki miarowe w bryłach opisanych na kuli
- wyznaczać związki miarowe w bryłach wpisanych w kulę
- wyznaczać objętości i pola powierzchni brył, w których dane mają postać wyrażeń algebraicznych, doprowadzać wynik do prostej postaci i określać dziedziny tych wyrażeń, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń w trudniejszych przypadkach
- obliczać objętości i pola powierzchni brył na podstawie nietypowych danych (np. kąta między ścianami bocznymi ostrosłupa lub kąta nachylenia przekątnej ściany bocznej graniastosłupa trójkątnego do sąsiedniej ściany bocznej)
- stosować w zadaniach własności brył podobnych w trudniejszych przypadkach, również w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
- rozwiązywać trudniejsze zadania optymalizacyjne z wykorzystaniem pochodnej (np. dotyczące bryły wpisanej w bryłę)

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

- rozwiązywać nietypowe zadania wymagające stworzenia modelu przestrzennego badanej bryły oraz zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył i ich przekrojów
- udowodnić twierdzenie o trzech prostopadłych

## **RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

- wypisywać wszystkie możliwe permutacje danego zbioru
- obliczać wartość  $n!$  dla danego  $n$
- obliczać liczbę permutacji danego zbioru
- przekształcać wyrażenia zawierające symbol  $n!$  dla danego  $n$
- stosować regułę mnożenia i regułę dodawania

- obliczać liczbę wariacji z powtórzeniami i liczbę wariacji bez powtórzeń
- rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne dotyczące permutacji i wariacji (ustawianie  $n$  osób w określonym porządku, tworzenie liczb  $n$ -cyfrowych o określonych własnościach, układanie liter w słowa itp.)
- przedstawiać drzewo ilustrujące zbiór wszystkich możliwych wyników danego doświadczenia
- obliczać wartość symbolu Newtona  $\binom{n}{k}$  dla danych  $n, k \in N, n \geq k$
- obliczać liczbę kombinacji
- rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne dotyczące kombinacji (jednoczesne losowanie kilku kul z urny, losowanie kart z talii, wybór delegacji itp.)
- wyznaczać wartości wyrażeń  $\binom{n}{k}$  na podstawie trójkąta Pascala,  $n, k \in N, n \geq k$
- przekształcać wyrażenia algebraiczne z zastosowaniem wzorów na  $(a + b)^n$  i  $(a - b)^n$  dla danych wartości  $n \in N$ , korzystając ze wzoru dwumianowego Newtona
- obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa w typowych doświadczeniach losowych, wymagających użycia wzorów kombinatorycznych oraz reguły mnożenia i reguły dodawania
- obliczać prawdopodobieństwo warunkowe
- wykorzystywać w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo warunkowe
- wykorzystywać w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo iloczynu zdarzeń
- opisywać układ zupełny zdarzeń
- wykorzystywać twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym w prostych przypadkach rysować drzewo ilustrujące rozwiązanie zadania
- rozpoznawać sytuacje, w których można użyć schematu Bernoulliego
- obliczać prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie
- stosować schemat Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych przypadkach

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

- przekształcać wyrażenia zawierające symbol  $n!$  w trudniejszych przypadkach
- rozwiązywać trudniejsze zadania kombinatoryczne dotyczące permutacji i wariacji (np. wymagające rozważenia kilku przypadków)
- obliczać w prostych przypadkach liczbę permutacji, jeśli niektóre wyrazy powtarzają się
- dowodzić własności wyrażen zawierających symbol Newtona
- przekształcać i upraszczać wyrażenia zawierające symbol Newtona
- rozwiązywać trudniejsze zadania kombinatoryczne dotyczące kombinacji (np. wymagające rozważenia kilku przypadków)
- rozwiązywać zadania z danym prawdopodobieństwem wymagające ułożenia odpowiedniego równania i wyznaczenia np. niewiadomej liczby kul w urnie
- stosować w zadaniach wzór dla  $0 < k < n$ ,  $k, n \in N$   $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$
- wyznaczać wyrazy rozwinięcia dwumianu  $(a + b)^n$  o określonych własnościach
- stosować wzór na  $(a + b)^n$  w zadaniach na dowodzenie
- dobierać odpowiedni model do mniej typowego zadania z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa
- stosować wzory kombinatoryczne oraz regułę mnożenia i regułę dodawania w zadaniach z wykorzystaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa w trudniejszych przypadkach
- rozwiązywać zadania z danym prawdopodobieństwem wymagające ułożenia odpowiedniego równania i obliczenia np. liczby kul w urnie
- wykorzystywać twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym w trudniejszych przypadkach
- wykorzystywać wzór na prawdopodobieństwo warunkowe w zadaniach na dowodzenie
- rozwiązywać zadania z wykorzystaniem wzoru Bayesa
- obliczać najbardziej prawdopodobną liczbę sukcesów w schemacie Bernoulliego
- stosować wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa w trudniejszych przypadkach, np. do obliczania prawdopodobieństwa uzyskania co najmniej  $k$  sukcesów w  $n$  próbach

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

- rozwiązywać nietypowe zadania kombinatoryczne (np. znaleźć liczbę możliwych dróg o określonych własnościach łączących dwa dane punkty)
- udowadniać własności symbolu Newtona
- uzasadniać wzór dwumianowy Newtona i wnioski z tego wzoru
- udowodnić twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym
- rozwiązywać zadania z rachunku prawdopodobieństwa o podwyższonym stopniu trudności

### **DOWODY W MATEMATYCE**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące:

- własności kątów (kąty wierzchołkowe, przyległe, utworzone przez prostą przecinającą proste równoległe, suma kątów w wielokącie, kąt między styczną a cięciwą)
- przystawania i podobieństwa trójkątów
- twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
- własności wysokości, środkowych, symetralnych boków i dwusiecznych kątów w trójkącie
- twierdzenia o odcinkach w trójkącie prostokątnym
- czworokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu
- kątów środkowych i kątów wpisanych
- podzielności liczb całkowitych w prostych przypadkach
- dzielenia z resztą w prostych przypadkach
- własności logarytmów
- nierówności algebraicznych (z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia)

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopelniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące:

- nierówności trójkąta
- twierdzenia o odcinkach stycznych
- pól figur podobnych
- długości łuku okręgu i pole wycinka kołowego
- własności wektorów
- związków miarowych w wielokątach
- podzielności liczb całkowitych w trudniejszych przypadkach
- dzielenia z resztą w trudniejszych przypadkach
- niewymierności liczb
- własności wartości bezwzględnej
- przekształcania wyrażeń zawierających pierwiastki (np.  $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1$ )
- nierówności algebraicznych (również metodą nie wprost)

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

- rozwiązywać nietypowe zadania na dowodzenie (np. wymagające zapisania danego wyrażenia w postaci sumy innych odpowiednio dobranych wyrażeń, dorysowania odpowiedniego odcinka w zadaniu geometrycznym itp.)