

Matematyka. Poznać, zrozumieć. Zakres rozszerzony

**KATALOG WYMAGAŃ PROGRAMOWYCH
NA POSZCZEGÓLNE STOPNIE SZKOLNE**

Klasa 2

Katalog wymagań programowych na poszczególne stopnie szkolne, klasa 2

Poniżej podajemy umiejętności, jakie powinien zdobyć uczeń z każdego działu, aby uzyskać poszczególne stopnie. Na ocenę dopuszczającą uczeń powinien opanować umiejętności z pierwszej części tabeli, na ocenę dostateczną – z pierwszej i drugiej części tabeli, na ocenę dobrą – z pierwszej, drugiej i trzeciej, na ocenę bardzo dobrą – z czterech pierwszych części, a na celującą – wszystkie umiejętności z tabeli.

1. Planimetria, cz. 1

STOPIEŃ	UMIĘJĘTNOŚCI UCZNIA
Dopuszczający	<ul style="list-style-type: none"> • Zna i rozróżnia podstawowe figury: punkt, prosta, półprosta, płaszczyzna, okrąg, koło, łuk. • Zna figury wypukłe i figury wklęsłe, podaje przykłady takich figur. • Określa wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie. • Zna pojęcie odległości na płaszczyźnie. • Zna podział kątów ze względu na ich miarę. • Zna pojęcia: kąt przyległy, kąt wierzchołkowy, kąty naprzemianległe. • Zna określenie stycznej do okręgu (koła). • Zna twierdzenie o stycznej do okręgu. • Zna pojęcie siecznej okręgu (koła). • Zna twierdzenie o odcinkach stycznych do okręgu. • Zna pojęcia: kąt środkowy w okręgu, kąt wpisany w okrąg. • Zna twierdzenie dotyczące kątów wpisanego i środkowego opartych na tym samym łuku. • Zna pojęcie symetralnej odcinka. • Konstruuje symetralną odcinka. • Zna pojęcie dwusiecznej kąta. • Konstruuje dwusieczną kąta. • Zna twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa. • Zna twierdzenie Talesa oraz twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa. • Zna pojęcie ortocentrum trójkąta. • Zna pojęcie środkowej trójkąta. • Zna twierdzenie o środkowych trójkąta. • Zna pojęcie środka ciężkości trójkąta. • Zna definicję trójkątów przystających. • Zna twierdzenie o cechach przystawiania trójkątów. • Zna definicję trójkątów podobnych. • Zna twierdzenie o cechach podobieństwa trójkątów.
Dostateczny	<ul style="list-style-type: none"> • Rozumie pojęcie odległości na płaszczyźnie. • Bada współliniowość punktów. • Stosuje własności kątów przyległych, wierzchołkowych i naprzemianległych do rozwiązywania prostych zadań. • Rozpoznaje kąty powstałe w wyniku przecięcia dwóch prostych równoległych trzecią prostą. • Zna pojęcie kąta zewnętrznego wielokąta. • Zna sumę miar kątów zewnętrznych trójkąta. • Bada wzajemne położenie prostej i okręgu. • Konstruuje styczną do okręgu przechodzącą przez punkt leżący na okręgu oraz przez punkt leżący poza okręgiem. • Wykorzystuje twierdzenie o stycznej do okręgu do rozwiązywania prostych zadań. • Określa wzajemne położenie dwóch okręgów w zależności od odległości środków tych okręgów i długości ich promieni. • Stosuje twierdzenie dotyczące kątów wpisanego i środkowego opartych na tym samym łuku do rozwiązywania prostych zadań. • Wyznacza środek okręgu opisanego na trójkącie.

AUTOR: Bożena Makulska-Dąbkowska

STOPIEŃ	UMIĘTNOŚCI UCZNIĄ
	<ul style="list-style-type: none"> • Konstruuje okrąg opisany na trójkącie. • Wyznacza środek okręgu wpisanego w trójkąt. • Konstruuje okrąg wpisany w trójkąt. • Wykorzystuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa podczas rozwiązywania typowych problemów matematycznych. • Wykorzystuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa podczas rozwiązywania typowych problemów matematycznych. • Wykorzystuje zależność między środkiem okręgu opisanego na trójkącie równobocznym i środkiem okręgu wpisanego w ten trójkąt. • Rozpoznaje trójkąty przystające. • Rozpoznaje trójkąty podobne. • Zna twierdzenie o odcinkach stycznej i siecznej. • Zna twierdzenie o odcinkach siecznych. • Stosuje poznane twierdzenia o odcinkach stycznej i siecznej i odcinkach siecznych w sytuacjach typowych. • Zna twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie.
Dobry	<ul style="list-style-type: none"> • Zapisuje relacje między podstawowymi figurami na płaszczyźnie. • Wyznacza sumę, różnicę i część wspólną figur na płaszczyźnie. • Bada, korzystając z nierówności trójkąta, współliniowość punktów, gdy odległości między nimi opisane są z użyciem parametru. • Uzasadnia, że suma miar kątów wewnętrznych w trójkącie jest równa 180°. • Potrafi uzasadnić wzajemne położenie dwóch okręgów. • Uzasadnia poprawność wykonywanych konstrukcji, np. okrąg opisany na trójkącie, okrąg wpisany w trójkąt itp. • Wykorzystuje wzór na promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny w zależności od długości boków tego trójkąta. • Zna i stosuje wzór na pole trójkąta w zależności od jego obwodu i promienia okręgu wpisanego w trójkąt. • Potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa. • Potrafi udowodnić twierdzenie Talesa. • Stosuje twierdzenie o środkowych trójkąta do rozwiązywania zadań. • Stosuje twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trójkąta. • Uzasadnia przystawanie trójkątów, korzystając z twierdzenia o cechach przystawania trójkątów.
Bardzo dobry	<ul style="list-style-type: none"> • Rozwiązuje zadania złożone, stosując nierówność trójkąta. • Potrafi uzasadnić, że suma miar kątów zewnętrznych trójkąta jest równa 720°. • Uzasadnia poprawność konstrukcji stycznych do okręgu. • Stosuje twierdzenie o odcinkach stycznych do okręgu do rozwiązywania zadań. • Potrafi udowodnić twierdzenie o odcinkach stycznych do okręgu. • Bada warunki, jakie muszą być spełnione, aby okręgi były styczne zewnętrznie lub wewnętrznie, rozłączne zewnętrznie lub wewnętrznie, przecinające się. • Potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące kątów wpisanego i środkowego opartych na tym samym łuku. • Oblicza długość promienia okręgu opisanego na trójkątach równoramiennym, równobocznym, prostokątnym. • Uzasadnia, że dwusieczne kątów trójkąta przecinają się w jednym punkcie. • Potrafi ocenić, czy trójkąt jest prostokątny, ostrokątny, czy rozwartokątny oraz to uzasadnić. • Stosuje poznane twierdzenia do rozwiązywania nietypowych zadań. • Uzasadnia, że w trójkącie środkowe dzielą się w stosunku $1:2$. • Potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trójkąta. • Potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie. • Uzasadnia podobieństwo trójkątów, stosując twierdzenie o cechach podobieństwa trójkątów. • Uzasadnia, że w trójkącie prostokątnym długość wysokości jest średnią geometryczną długości odcinków, na które ta wysokość dzieli przeciwprostokątną. • Korzysta z własności trójkątów podobnych przy rozwiązywaniu zadań (także w kontekstach praktycznych). • Potrafi udowodnić twierdzenie o odcinkach siecznych.

STOPIEŃ	UMIEJĘTNOŚCI UCZNIĄ
Celujący	<ul style="list-style-type: none"> Rozwiązuje nietypowe zadania złożone o podwyższonym stopniu trudności dotyczące stycznych do okręgu. Rozwiązuje zadania złożone o podwyższonym stopniu trudności dotyczące zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym. Stosuje wszystkie poznane twierdzenia do rozwiązywania różnych zadań złożonych o podwyższonym stopniu trudności.

2. Wielomiany

STOPIEŃ	UMIEJĘTNOŚCI UCZNIĄ
Dopuszczający	<ul style="list-style-type: none"> Zna pojęcie jednomianu oraz wielomianu wielu i jednej zmiennej dowolnego stopnia. Zna i wskazuje jednomiany podobne. Odróżnia równania wielomianowe od innych równań. Odczytuje pierwiastki równań postaci: $(x - a)(x - b)(x - c) = 0$ lub $(ax^2 + bx + c)(x - d) = 0$. Dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany.
Dostateczny	<ul style="list-style-type: none"> Stosuje wzory skróconego mnożenia. Stosuje metodę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias, gdy czynnik ten jest jednomianem. Stosuje wzory skróconego mnożenia do rozkładania wielomianów na czynniki. Stosuje metodę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias, gdy czynnik ten jest sumą jednomianów. Stosuje metodę grupowania wyrazów do rozkładania wielomianów na czynniki. Określa stopień wielomianu. Wykonuje dzielenie wielomianu przez dwumian $ax + b$. Bada, czy możliwy jest rozkład danego wielomianu na dane czynniki. Stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$. Wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$. Sprawdza, czy podana liczba jest pierwiastkiem równania. Zna twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu. Wskazuje liczby całkowite, które mogą być pierwiastkami równania wielomianowego. Odczytuje rozwiązanie nierówności wielomianowej z wykresu wielomianu. Ustala dziedzinę wielomianu opisującego zagadnienie z planimetrii.
Dobry	<ul style="list-style-type: none"> Rozwiązuje zadania, w których wykorzystuje równość wielomianów. Potrafi dobrać odpowiednią metodę spośród poznanych do rozkładania wielomianów na czynniki. Rozkłada wielomiany na czynniki, stosując poznane metody. Opisuje sytuacje praktyczne za pomocą wielomianów wielu zmiennych. Określa dziedzinę wielomianu opisującego problem praktyczny. Wyznacza współczynniki wielomianu, gdy zna wartości wielomianu dla określonych argumentów. Wyznacza wielomian, gdy zna wynik dzielenia tego wielomianu przez dany dwumian. Wyznacza wielomian, gdy zna wynik dzielenia z resztą tego wielomianu przez dany dwumian. Rozwiązuje zadania, w których jest mowa o podzielności wielomianów. Rozkłada na czynniki wielomian, o którym wiadomo, że dzieli się przez dwumian $x - a$. Zna twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu. Wskazuje liczby wymierne, które mogą być pierwiastkami równania wielomianowego. Rozwiązuje równania typu $x^n = a$, gdy $n \geq 2$. Stosuje twierdzenie Bézouta. Określa krotność pierwiastków wielomianu przedstawionego w postaci iloczynu dwumianów. Zapisuje równanie, gdy zna jego pierwiastki. Podaje przykład równania, gdy zna krotność jego pierwiastków. Rozwiązuje nierówności wielomianowe, gdy wielomian zapisany jest w postaci iloczynowej, sporządzając odpowiednie wykresy lub tabelkę znaków.

STOPIEŃ	UMIĘTNOŚCI UCZNI
	<ul style="list-style-type: none"> Rozwiązuje nierówności wielomianowe, rozkładając wielomian na czynniki. Szkicuje wykres wielomianu i odczytuje rozwiązanie nierówności wielomianowej. Opisuje objętość wielościanu i bryły obrotowej za pomocą wielomianów. Rozwiązuje proste zadania tekstowe prowadzące do rozwiązywania nierówności wielomianowych.
Bardzo dobry	<ul style="list-style-type: none"> Potrafi wyznaczyć wielomian będący resztą z dzielenia danego wielomianu przez inny wielomian o znanych własnościach. Sprawnie rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe, stosując metodę rozkładu na czynniki. Potrafi udowodnić twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu. Potrafi udowodnić twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu. Potrafi uzasadnić brak pierwiastków wymiernych wielomianu.
Celujący	<ul style="list-style-type: none"> Rozwiązuje zadania złożone o podwyższonym stopniu trudności. Potrafi opisać sytuację spoza matematyki, używając wielomianów.

3. Wyrażenia wymierne

STOPIEŃ	UMIĘTNOŚCI UCZNI
Dopuszczający	<ul style="list-style-type: none"> Odróżnia wyrażenia wymierne od innych wyrażeń algebraicznych. Odróżnia równania wymierne od innych równań. Wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego, jeśli mianownik jest dwumianem stopnia co najwyżej drugiego. Oblicza wartość liczbową wyrażenia dla danej wartości zmiennej. Sprawdza, czy wskazana liczba należy do zbioru rozwiązań równania wymiernego, uwzględniając dziedzinę równania. Wskazuje przykłady wielkości odwrotnie proporcjonalnych. Potrafi wskazać hiperbolę $xy = a$ wśród wykresów różnych funkcji.
Dostateczny	<ul style="list-style-type: none"> Skraca i rozszerza wyrażenia wymierne, gdy licznik i mianownik łatwo dają się zapisać w postaci iloczynu. Mnoży i dzieli wyrażenia wymierne. Sprowadza wynik mnożenia i dzielenia wyrażeń wymiernych do postaci nieskracalnej. Stosuje wzory skróconego mnożenia do zapisywania wyrażenia wymiernego w postaci nieskracalnej. Dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne. Sprowadza wynik dodawania i odejmowania wyrażeń wymiernych do postaci nieskracalnej. Stosuje wzory skróconego mnożenia do zapisywania wyrażenia w postaci nieskracalnej. Wyznacza dziedzinę równania wymiernego, gdy w mianowniku jest wielomian co najwyżej drugiego stopnia lub wielomian wyższych stopni zapisany w postaci iloczynowej. Bada, czy wielkości są odwrotnie proporcjonalne. Wyznacza brakującą wielkość, proporcjonalną do danej, gdy zna współczynnik proporcjonalności. Szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, $x \neq 0$.
Dobry	<ul style="list-style-type: none"> Wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego, którego mianownik jest wielomianem dowolnego stopnia. Stosuje wzory skróconego mnożenia przy skracaniu lub rozszerzaniu wyrażeń wymiernych. Przekształca wyrażenia wymierne. Wyznacza wskazane zmienne z wyrażenia wymiernego. Przekształca wzory z innych dziedzin, np. fizyki, chemii. Rozwiązuje równania wymierne, które sprowadzają się do równań liniowych lub kwadratowych. Rozwiązuje równania wymierne, stosując własności proporcji. Rozwiązuje równania wymierne, sprowadzając je do równań wielomianowych dowolnego stopnia. Odczytuje rozwiązania nierówności wymiernych, gdy dane są wykresy odpowiednich funkcji wymiernych.

STOPIEŃ	UMIĘTNOŚCI UCZNIĄ
	<ul style="list-style-type: none"> Rozwiązuje nierówności wymierne, sporządzając wykresy odpowiednich funkcji liniowych lub kwadratowych. Sporządza wykres funkcji opisujący wielkości odwrotnie proporcjonalne. Rozwiązuje proste zadania tekstowe, stosując własności proporcjonalności odwrotnej. Opisuje własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, $a \neq 0$, $x \neq 0$: dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności, asymptoty, środek symetrii wykresu, osie symetrii wykresu. Szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x} + q$, $a \neq 0$, $x \neq 0$, i opisuje jej własności. Szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p}$, $a \neq 0$, $x \neq p$, i opisuje jej własności. Sporządza wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$, $a \neq 0$, $x \neq p$, i opisuje jej własności. Odczytuje argumenty, dla których funkcja przyjmuje określone wartości lub spełnia określone warunki.
Bardzo dobry	<ul style="list-style-type: none"> Sprawnie wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych. Rozwiązuje równania wymierne, sprowadzając je do równań wielomianowych poprzez wprowadzenie pomocniczej niewiadomej. Rozwiązuje równania wymierne, dobierając odpowiedni algorytm (wymagający np. wykonania wcześniej przekształceń). Rozwiązuje nierówności wymierne, sprowadzając je do nierówności wielomianowych. Rozwiązuje nierówności wymierne różnymi poznanymi metodami. Rozwiązuje zadania tekstowe, w których występują wielkości odwrotnie proporcjonalne. Szkicuje wykres opisujący wielkości odwrotnie proporcjonalne, uwzględniając dziedzinę. Sporządza wykres funkcji $y = f(x)$, gdy funkcja f jest dana wzorem: $f(x) = \frac{a}{(x-p)} + q$, $a \neq 0$, $x \neq p$. Rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych.
Celujący	<ul style="list-style-type: none"> Dowodzi tożsamości, w których występują wyrażenia wymierne. Rozwiązuje różne zadania złożone o podwyższonym stopniu trudności. Rozwiązuje zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, korzystając z równań i nierówności wymiernych.

4. Trygonometria, cz.2

STOPIEŃ	UMIĘTNOŚCI UCZNIĄ
Dopuszczający	<ul style="list-style-type: none"> Zna pojęcia: kąt skierowany, kąt umieszczony w układzie współrzędnych. Zna pojęcie miary łukowej i jej jednostki – radiana. Zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta. Zna wzory na sinus i cosinus podwojonego kąta. Rozpoznaje równania trygonometryczne. Rozpoznaje nierówności trygonometryczne.
Dostateczny	<ul style="list-style-type: none"> Przedstawia kąt o dowolnej mierze stopniowej w postaci $\alpha = k \cdot 360^\circ + \beta$, gdzie $0^\circ \leq \beta \leq 360^\circ$ i k jest liczbą całkowitą. Zamienia stopnie na radiany i radiany na stopnie. Oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, znając współrzędne punktu leżącego na ramieniu końcowym kąta. Określa znaki funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach układu współrzędnych. Konstruuje kąty w układzie współrzędnych na podstawie wartości funkcji trygonometrycznych. Wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.

STOPIEŃ	UMIĘTNOŚCI UCZNIĄ
Dobry	<ul style="list-style-type: none"> • Stosuje miarę łukową i stopniową kąta w różnych sytuacjach problemowych. • Wyznacza, korzystając z definicji, wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów. • Szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$ i na podstawie wykresów określa własności tych funkcji. • Oblicza wartości funkcji trygonometrycznych, stosując wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów. • Stosuje wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów kątów do rozwiązywania problemów matematycznych. • Stosuje wzory na sinus i cosinus podwojonego kąta do rozwiązywania problemów matematycznych. • Oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, gdy dana jest wartość jednej z nich. • Przeprowadza proste dowody tożsamości trygonometrycznych, stosując poznane wzory. • Szkicuje wykresy funkcji typu: $y = k \cdot f(x)$, $y = f(k \cdot x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną. • Odczytuje z wykresów własności tych funkcji. • Wskazuje okres podstawowy funkcji trygonometrycznej. • Rozwiązuje proste równania trygonometryczne z wykorzystaniem wykresów funkcji trygonometrycznych w określonych przedziałach. • Rozwiązuje proste równania trygonometryczne typu: $\sin 2x = \frac{1}{2}$, $\sin 2x + \cos x = 1$, $\sin x + \cos x = 1$. • Rozwiązuje proste nierówności trygonometryczne typu $\sin x > a$, $\cos x \leq a$, $\operatorname{tg} x > a$, posługując się wykresami funkcji trygonometrycznych w określonych przedziałach.
Bardzo dobry	<ul style="list-style-type: none"> • Stosuje definicje i wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta o mierze wyrażonej w stopniach lub radianach przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego. • Stosuje związki trygonometryczne dowolnego kąta do rozwiązywania problemów matematycznych. • Szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych opisanych wzorem, stosując przekształcenia: symetrię względem osi x, symetrię względem osi y, symetrię względem punktu $(0, 0)$, przesunięcie o wektor. • Potrafi napisać wzór funkcji, której wykres otrzymano po pewnych przekształceniach danej funkcji trygonometrycznej. • Uzasadnia wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów. • Uzasadnia wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów kątów. • Wyznacza dziedzinę równości będących tożsamościami trygonometrycznymi. • Wskazuje wspólne własności funkcji trygonometrycznych typu: $y = f(x)$, $y = k \cdot f(x)$, $y = f(k \cdot x)$ oraz własności różniące te funkcje. • Wykorzystuje przekształcenia: symetrie, przesunięcie o wektor, do szkicowania wykresów funkcji trygonometrycznych. • Rozwiązuje proste równania trygonometryczne z wykorzystaniem wykresów funkcji trygonometrycznych w zbiorze \mathbf{R}, oraz zapisuje ogólne rozwiązania równań. • Rozwiązuje nierówności trygonometryczne, posługując się wykresami funkcji trygonometrycznych w zbiorze \mathbf{R}, oraz zapisuje ogólne rozwiązania nierówności.
Celujący	<ul style="list-style-type: none"> • Przeprowadza trudniejsze dowody tożsamości trygonometrycznych, stosując poznane wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów, sumę i różnicę sinusów i cosinusów kątów. • Rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne o podwyższonym stopniu trudności, stosując różne metody. • Rozwiązuje różne zadania złożone o podwyższonym stopniu trudności.

5. Ciągi

STOPIEŃ	UMIĘTNOŚCI UCZNIA
Dopuszczający	<ul style="list-style-type: none"> Zna pojęcie ciągu liczbowego. Odróżnia ciągi skończone od ciągów nieskończonych. Rozpoznaje ciągi: rosnący, malejący, stały, na podstawie ich wykresów w układzie współrzędnych. Rozpoznaje ciąg arytmetyczny na podstawie opisu słownego, wykresu lub kilku wypisanych wyrazów. Zna i stosuje wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego. Zna wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego. Rozpoznaje ciąg geometryczny na podstawie opisu słownego lub kilku wypisanych wyrazów. Zna i stosuje wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego. Zna wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego. Zna pojęcie procentu prostego i składanego. Zna pojęcie otoczenia liczby o danym promieniu. Zna twierdzenia o działaniach na granicach. Rozpoznaje szereg geometryczny. Zna warunek zbieżności szeregu geometrycznego.
Dostateczny	<ul style="list-style-type: none"> Oblicza dowolny wyraz ciągu, gdy dany jest jego wyraz ogólny. Sporządza wykres ciągu. Rozumie różnicę między symbolem ciągu, czyli (a_n), a symbolem n-tego wyrazu ciągu, czyli a_n. Wyznacza różnicę ciągu na podstawie wzoru na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego. Wyznacza pierwszy wyraz ciągu i jego różnicę na podstawie dwóch dowolnych wyrazów ciągu arytmetycznego. Bada na podstawie definicji, czy ciąg dany wzorem ogólnym jest ciągiem arytmetycznym. Wyznacza pierwszy wyraz ciągu i jego ilorz na podstawie dwóch dowolnych wyrazów ciągu geometrycznego. Wyznacza ilorz ciągu na podstawie wzoru na n-ty wyraz ciągu geometrycznego. Stosuje procent składany przy rozwiązywaniu prostych zadań. Rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu. Rozpoznaje ciągi zbieżne do 0 typu: $\frac{1}{n}, \frac{1}{n^2}$. Stosuje twierdzenia o działaniach na granicach. Bada zbieżność szeregu geometrycznego.
Dobry	<ul style="list-style-type: none"> Potrafi napisać wzór ciągu na podstawie jego kilku początkowych wyrazów. Sprawdza, czy podana liczba jest wyrazem ciągu, gdy prowadzi to do rozwiązania równań liniowych, kwadratowych, prostych równań wielomianowych i wymiernych lub do rozwiązania nierówności liniowych i wielomianowych. Sprawdza, które wyrazy ciągu należą do danego przedziału. Wyznacza wyraz ciągu określonego wzorem rekurencyjnym. Wyznacza wyrazy ciągu, które spełniają opisany warunek, jeśli prowadzi to do rozwiązywania nierówności liniowych, kwadratowych lub prostych nierówności wielomianowych i wymiernych. Bada monotoniczność ciągu za pomocą definicji, określając znak różnicy $a_{n+1} - a_n$. Rozwiązuje zadania, które dotyczą ciągu arytmetycznego, a ich rozwiązanie sprowadza się do rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi lub równań kwadratowych. Rozwiązuje zadania, dotyczące ciągu arytmetycznego, stosując odpowiedni algorytm. Stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego w niezbyt skomplikowanych sytuacjach. Wyznacza dowolny wyraz, różnicę lub liczbę wyrazów ciągu na podstawie informacji, wśród których jest dana suma początkowych wyrazów ciągu. Rozpoznaje ciągi arytmetyczne występujące w zadaniach tekstowych. Bada na podstawie definicji, czy ciąg dany wzorem ogólnym jest ciągiem geometrycznym. Rozwiązuje zadania, które dotyczą ciągu geometrycznego, sprowadzając je do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi lub równań kwadratowych.

STOPIEŃ	UMIĘTNOŚCI UCZNIĄ
	<ul style="list-style-type: none"> • Wyznacza pierwszy wyraz ciągu i jego iloraz na podstawie dwóch dowolnych wyrazów ciągu geometrycznego, używając tylko opisu symbolicznego. • Przy rozwiązywaniu zadań dotyczących skończonego ciągu geometrycznego o wyrazach będących dodatnimi liczbami wykorzystuje średnią geometryczną wyrazów tego ciągu. • Stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w nieskomplikowanych sytuacjach. • Rozpoznaje ciągi geometryczne występujące w zadaniach tekstowych. • Rozwiązuje zadania dotyczące ciągów arytmetycznego i geometrycznego, sprowadzając je do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi, równań kwadratowych, wielomianowych, wymiernych. • Oblicza odsetki od lokaty założonej na kilka lat przy stałym oprocentowaniu i przy dowolnym okresie kapitalizacji. • Oblicza kapitał zgromadzony po kilku latach, jeśli zna kapitał początkowy i oprocentowanie w podanym okresie kapitalizacji odsetek. • Wyznacza roczną stopę procentową, jeśli zna kapitał początkowy, liczbę okresów kapitalizacji odsetek i kapitał końcowy. • Wyznacza liczbę lat, po których kapitał początkowy przy znanej stopie oprocentowania i okresie kapitalizacji odsetek osiągnie daną wartość. • Wyznacza wyrazy ciągu, które należą do otoczenia granicy o zadanym promieniu, gdy prowadzi to do rozwiązywania nierówności liniowych. • Oblicza granice ciągów, korzystając z granic już znanych ciągów i stosując twierdzenia o działaniach na granicach. • Wskazuje ciągi, które nie mają granic. • Wyznacza granice niewłaściwe ciągów. • Oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego. • Zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły.
Bardzo dobry	<ul style="list-style-type: none"> • Podaje wzór rekurencyjny, gdy dany ciąg jest określony wzorem ogólnym. • Podaje wzór ogólny, gdy dany ciąg jest określony wzorem rekurencyjnym. • Bada monotoniczność ciągu, badając iloraz $\frac{a_{n+1}}{a_n}$. • Rozwiązuje zadania związane z monotonicznością ciągów arytmetycznego i geometrycznego. • Prowadzi proste rozumowania, np. dowodząc własności ciągu arytmetycznego. • Uzasadnia własności ciągu arytmetycznego. • Wyprowadza wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego. • Prowadzi proste rozumowania, np. dowodząc własności ciągu geometrycznego. • Uzasadnia własności ciągu geometrycznego. • Wyprowadza wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego. • Rozwiązuje zadania dotyczące lokat i kredytów. • Wykazuje zbieżność ciągu do 0. • Potrafi uzasadnić twierdzenia o działaniach na granicach ciągów. • Potrafi uzasadnić, że ciąg nie ma granicy. • Rozwiązuje zróżnicowane zadania, w których odwołuje się do warunku zbieżności szeregu geometrycznego.
Celujący	<ul style="list-style-type: none"> • Rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągu arytmetycznego, geometrycznego, korzystając z układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi, równań kwadratowych, wielomianowych lub wymiernych. • Prowadzi rozumowania, w których odwołuje się do własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego. • Rozwiązuje zadania, problemy złożone, o podwyższonym stopniu trudności.

6. Funkcje wykładnicza i logarytmiczna

STOPIEŃ	UMIĘTNOŚCI UCZNIA
Dopuszczający	<ul style="list-style-type: none"> Zna pojęcia potęg o wykładnikach: naturalnym, całkowitym, wymiernym oraz rzeczywistym. Zna definicję i własności pierwiastka arytmetycznego. Zna definicję funkcji wykładniczej. Rozpoznaje funkcję wykładniczą. Zna pojęcie logarytmu. Zna prawa działań na potęgach i logarytmach. Zna definicję funkcji logarytmicznej. Odróżnia funkcję logarytmiczną od innych funkcji.
Dostateczny	<ul style="list-style-type: none"> Stosuje poznane prawa działań na potęgach o wykładnikach: naturalnych, całkowitych, wymiernych oraz rzeczywistych. Szkicuje wykresy funkcji wykładniczych $y = a^x$ dla $a > 1$ oraz $0 < a < 1$. Sprawdza, czy punkt należy do wykresu funkcji wykładniczej. Przekształca wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie równoległe do osi x i osi y. Oblicza logarytmy liczb dodatnich. Określa dziedzinę funkcji logarytmicznej. Szkicuje wykresy funkcji logarytmicznych $y = \log_a x$ dla $a > 1$ oraz $0 < a < 1$.
Dobry	<ul style="list-style-type: none"> Oblicza wartości liczbowe wyrażeń zawierających potęgi oraz pierwiastki. Przekształca wyrażenia zawierające potęgi oraz pierwiastki. Wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie wykresu funkcji. Podaje własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu. Przekształca wykres funkcji wykładniczej, stosując: symetrię względem osi x, symetrię względem osi y, symetrię względem punktu $(0, 0)$. Przekształca wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o dany wektor. Wykonuje działania na logarytmach z wykorzystaniem poznanych praw. Stosuje poznane własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń. Stosuje w obliczeniach wzór na zamianę podstawy logarytmu. Podaje własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu. Przekształca wykres funkcji logarytmicznej, stosując: symetrię względem osi x, symetrię względem osi y, symetrię względem punktu $(0, 0)$, przesunięcie o wektor. Rozwiązuje algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze, stosując poznane prawa działań na potęgach oraz różnowartościowość i monotoniczność funkcji wykładniczej. Rozwiązuje algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności logarytmiczne, stosując poznane prawa działań na logarytmach oraz różnowartościowość i monotoniczność funkcji logarytmicznej.
Bardzo dobry	<ul style="list-style-type: none"> Stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania obliczeń i przekształcania wyrażeń. Korzystając z wykresu funkcji wykładniczej i umiejętności porównywania potęg o tej samej podstawie, wyznacza argumenty, dla których funkcja osiąga określone wartości lub spełnia podane warunki. Bada na podstawie definicji własności funkcji wykładniczych. Szkicuje wykresy funkcji: $y = f(x + a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = f(x)$ na podstawie wykresu funkcji wykładniczej $y = f(x)$, stosując odpowiednie przekształcenia. Szkicuje wykresy funkcji otrzymanych w wyniku złożenia kilku przekształceń danej funkcji wykładniczej. Zapisuje wzór funkcji, której wykres otrzymuje w wyniku dokonanych przekształceń danej funkcji wykładniczej. Dowodzi prostych własności logarytmów. Przekształca wyrażenia o podwyższonym stopniu trudności zawierające logarytmy. Szkicuje wykresy funkcji: $y = f(x + a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = f(x)$ na podstawie wykresu funkcji logarytmicznej $y = f(x)$, stosując odpowiednie przekształcenia. Szkicuje wykresy funkcji otrzymanych w wyniku złożenia kilku przekształceń danej funkcji logarytmicznej.

STOPIEŃ	UMIEJĘTNOŚCI UCZNIĄ
	<ul style="list-style-type: none"> Zapisuje wzór funkcji, której wykres otrzymuje w wyniku dokonanych przekształceń danej funkcji logarytmicznej. Rozwiązuje bardziej złożone równania i nierówności wykładnicze. Bada liczbę rozwiązań równania lub nierówności wykładniczych w zależności od wartości parametru. Rozwiązuje bardziej złożone równania i nierówności logarytmiczne. Bada liczbę rozwiązań równania lub nierówności logarytmicznych w zależności od wartości parametru.
Celujący	<ul style="list-style-type: none"> Stosuje wiadomości o funkcjach wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania problemów matematycznych o podwyższonym stopniu trudności. Rozwiązuje różne zadania złożone o podwyższonym stopniu trudności związane z funkcjami wykładniczą i logarytmiczną.

7. Planimetria, cz. 2

STOPIEŃ	UMIEJĘTNOŚCI UCZNIĄ
Dopuszczający	<ul style="list-style-type: none"> Zna definicję jednokładności. Zna definicję podobieństwa. Podaje przykłady figur podobnych. Rozumie, co to znaczy, że wielokąt jest opisany na okręgu. Rozumie, co to znaczy, że wielokąt jest wpisany w okrąg. Zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było wpisać w niego okrąg. Zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było opisać na nim okrąg. Zna twierdzenie sinusów. Zna twierdzenie cosinusów. Zna wzory na pole trójkąta, w tym: $P = \frac{1}{2}ab \cdot \sin \alpha$, $P = \frac{abc}{4R}$, $P = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. Zna twierdzenie o obwodach i polach figur podobnych.
Dostateczny	<ul style="list-style-type: none"> Wyznacza obraz punktu, odcinka, prostej, kąta, wielokąta, koła w jednokładności o danym środku i danej skali. Zna szczególny przypadek jednokładności o skali $k = 1$ i skali $k = -1$. Dostrzega związek między jednokładnością a podobieństwem. Stosuje wzory na pole trójkąta, w tym: $P = \frac{1}{2}ab \cdot \sin \alpha$, $P = \frac{abc}{4R}$, $P = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.
Dobry	<ul style="list-style-type: none"> Wyznacza w układzie współrzędnych punkty jednokładne w danej skali k i o danym środku jednokładności. Stosuje własności jednokładności przy rozwiązywaniu typowych zadań. Stosuje twierdzenia o obwodach i polach figur podobnych przy rozwiązywaniu typowych zadań, w tym również dotyczących skali planu lub mapy. Oblicza pole wielokąta opisanego na okręgu. Wyznacza długość odcinka łączącego środki ramion trapezu opisanego na okręgu. Przy rozwiązywaniu typowych zadań potrafi wykorzystywać warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było opisać na nim okrąg. Przy rozwiązywaniu typowych zadań potrafi wykorzystywać warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było wpisać w niego okrąg. Potrafi zastosować twierdzenie sinusów do wyznaczenia długości boku trójkąta, sinusa kąta w trójkącie lub długości promienia okręgu opisanego na trójkącie. Potrafi zastosować twierdzenie cosinusów do wyznaczenia długości boku trójkąta lub cosinusa kąta w trójkącie. Potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne z zastosowaniem twierdzenia sinusów lub twierdzenia cosinusów. Oblicza pola figur płaskich, w tym: trójkątów, czworokątów, kół, stosując trygonometrię oraz twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów.

STOPIEŃ	UMIĘTNOŚCI UCZNIĄ
Bardzo dobry	<ul style="list-style-type: none"> • Stosuje wektory do badania własności figur jednokładnych. • Wyznacza wzór funkcji, której wykres jest figurą jednokładną do wykresu danej funkcji. • Dowodzi poznane twierdzenia dotyczące czworokątów opisanych na okręgu. • Dowodzi poznane twierdzenia dotyczące czworokątów wpisanych w okrąg. • Dowodzi twierdzenie sinusów. • Dowodzi twierdzenie cosinusów. • Stosuje trygonometrię w zadaniach praktycznych. • Rozwiązuje nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem własności jednokładności. • Rozwiązuje nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem własności figur podobnych. • Rozwiązuje nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności dotyczące czworokątów opisanych na okręgu i wpisanych w okrąg, stosując poznane twierdzenia. • Rozwiązuje nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów. • Rozwiązuje nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując twierdzenie sinusów lub twierdzenie cosinusów.
Celujący	<ul style="list-style-type: none"> • Rozwiązuje nietypowe złożone zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych własności, wzorów i twierdzeń.

8. Geometria analityczna

STOPIEŃ	UMIĘTNOŚCI UCZNIĄ
Dopuszczający	<ul style="list-style-type: none"> • Zna i rozpoznaje równanie prostej w postaci kierunkowej oraz w postaci ogólnej. • Zna wzór na długość odcinka. • Zna wzór na odległość punktu od prostej. • Wyznacza współrzędne środka odcinka. • Zna i rozpoznaje równanie ogólne okręgu. • Zna i rozpoznaje równanie kanoniczne okręgu. • Zna i rozpoznaje nierówność opisującą koło.
Dostateczny	<ul style="list-style-type: none"> • Potrafi napisać równanie prostej, gdy zna jej współczynnik kierunkowy i współrzędne punktu do niej należącego. • Potrafi napisać równanie prostej, gdy zna współrzędne dwóch różnych punktów należących do niej. • Bada, czy dane punkty są współliniowe. • Wyznacza współrzędne punktu przecięcia prostych. • Znajduje równanie prostej przechodzącej przez dany punkt i równoległej do danej prostej zapisanej w postaci kierunkowej. • Znajduje równanie prostej przechodzącej przez dany punkt i prostopadłej do danej prostej zapisanej w postaci kierunkowej. • Bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych. • Wyznacza jeden z końców odcinka, gdy zna współrzędne drugiego końca i środka odcinka. • Oblicza długość odcinka. • Oblicza odległość między dwoma punktami. • Oblicza odległość punktu od prostej. • Przekształca figury (punkty, odcinki o danych końcach, proste, okręgi i wielokąty) w symetrii względem osi układu współrzędnych lub względem początku układu współrzędnych. • Odczytuje współrzędne środka i długość promienia z równania okręgu w postaci kanonicznej. • Potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne jego środka i długość promienia. • Zamienia równanie ogólne okręgu na kanoniczne. • Potrafi zapisać nierówność opisującą koło, gdy zna współrzędne środka i długość promienia koła.

STOPIEŃ	UMIĘTNOŚCI UCZNIĄ
Dobry	<ul style="list-style-type: none"> • Znajduje równanie prostej na podstawie podanych jej własności. • Znajduje równanie prostej przechodzącej przez dany punkt i równoległej do danej prostej zapisanej w dowolnej postaci. • Znajduje równanie prostej przechodzącej przez dany punkt i prostopadłej do danej prostej zapisanej w dowolnej postaci. • Rozwiązuje zadania dotyczące figur geometrycznych umieszczonych w układzie współrzędnych, w których wykorzystuje umiejętność zapisania równań prostych równoległych i prostopadłych. • Rozwiązuje zadania dotyczące figur geometrycznych, w których wykorzystuje umiejętność obliczania odległości między dwoma punktami, wyznaczania środka odcinka oraz znajdowania równań prostych równoległych lub prostopadłych do danych prostych. • Oblicza odległość punktu od prostej jako długość odcinka leżącego na prostej prostopadłej. • Oblicza odległość między prostymi równoległymi. • Rozwiązuje zadania, w których wykorzystuje umiejętność obliczania odległości między dwoma punktami, między punktem a prostą. • Wyznacza współrzędne punktów należących do przekształcanych figur, gdy ma dane dotyczące ich obrazów. • Sprawdza położenie punktu o danych współrzędnych względem danego okręgu. • Potrafi napisać równania okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny. • Bada wzajemne położenie dwóch kół. • Bada położenie danego punktu względem danego koła. • Wyznacza punkt wspólny okręgu i prostej, gdy prosta jest styczna do okręgu. • Sprawdza położenie danej prostej względem danego okręgu opisanego równaniem kanonicznym. • Wyznacza współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu. • Rozwiązuje zadania dotyczące punktów, odcinków, prostych, okręgów i wielokątów w układzie współrzędnych.
Bardzo dobry	<ul style="list-style-type: none"> • Rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące prostych i punktów w układzie współrzędnych. • Rozwiązuje zadania dotyczące figur geometrycznych umieszczonych w układzie współrzędnych, korzystając z warunku równoległości i prostopadłości prostych. • Rozwiązuje zadania, w których wykorzystuje umiejętność wyznaczania środka okręgu i długości jego promienia. • Potrafi napisać równania okręgu opisanego na dowolnym trójkącie lub wpisanego w dowolny trójkąt. • Rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące okręgu, którego równanie jest zapisane w dowolnej postaci. • Opisuje figury geometryczne na płaszczyźnie kartezjańskiej, wykorzystując nierówność opisującą koło oraz sumę, iloczyn i różnicę zbiorów. • Sprawdza położenie prostej i okręgu, gdy prosta i okrąg podane są w dowolnej postaci. • Wyznacza równanie stycznej do okręgu $x^2 + y^2 = r^2$, gdy zna współrzędne punktu styczności. • Potrafi napisać równanie stycznej do dowolnego okręgu, gdy zna punkt należący do tej prostej lub jej współczynnik kierunkowy.
Celujący	<ul style="list-style-type: none"> • Rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, w których wykorzystuje umiejętność znajdowania równań prostych równoległych i prostych prostopadłych oraz obliczania odległości między dwoma punktami. • Rozwiązuje nietypowe złożone zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności.